

# Моделирование токов нелинейных нагрузок методом разделения смесей распределений\*

Коверникова Л.И.

Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН,  
Иркутский национальный исследовательский  
технический университет  
г. Иркутск, Российская Федерация  
[kovernikova@isem.irk.ru](mailto:kovernikova@isem.irk.ru)

Льонг Ван Чынг, Федчишин В.В.

Иркутский национальный исследовательский  
технический университет  
г. Иркутск, Российская Федерация  
[chunglv@mail.ru](mailto:chunglv@mail.ru), [fedchishin@istu.edu](mailto:fedchishin@istu.edu)

**Аннотация.** Статья представляет алгоритм моделирования токов гармоник нелинейных нагрузок. Модели нелинейных нагрузок необходимы для планирования несинусоидальных режимов в электрических сетях с целью управления качеством электрической энергии. Измеренные параметры гармоник несинусоидальных режимов являются исходной информацией при разработке моделей. Анализ измеренной информации показывает, что параметры гармоник имеют стохастический характер. Модель нелинейной нагрузки представляет собой набор величин активных и реактивных токов гармоник с заданной вероятностью. Они вычисляются после идентификации функций распределения рядов случайных величин токов гармоник. Алгоритм идентифицирует функции распределения, которые не описываются известными законами, а представляют их смеси. В алгоритме используется метод разделения смесей распределений. В статье приведены примеры применения алгоритма для идентификации функций распределения и вычисления величин активного и реактивного токов 5-ой гармоники алюминиевого завода.

**Ключевые слова:** качество электрической энергии, измерения, анализ параметров гармоник, стохастический процесс, моделирование нелинейной нагрузки.

## ВВЕДЕНИЕ

Качество электрической энергии является серьезной проблемой в электрических сетях России [1-3]. В связи с формированием цифровой экономики, которая требует цифрового качества электрической энергии, эта проблема становится приоритетной задачей для электроэнергетики страны. С одной стороны, электронное оборудование, которое является основой цифровой экономики, требует высокого качества электрической энергии. С другой стороны, электронное оборудование его ухудшает, так как имеет нелинейные вольтамперные характеристики и, поэтому, является источником гармоник тока. Модели нелинейных нагрузок разрабатываются давно [4, 5], но до настоящего времени эта задача остается все еще не решенной. Модели различного электрооборудования с нелинейными вольтамперными характеристиками приведены в [6-8]. В [9] авторы предлагают подход к моделированию агрегированной нелинейной нагрузки на основе измерений параметров режима распределительной сети, питающей промышленных и коммерческих потребителей, жилой сектор. Проблема заключается в том, что параметры гармоник в сетях имеют стохастический характер [10]. Он определяется множеством факторов: топологией сети, составом ее эле-

ментов, количеством нелинейных нагрузок, волновыми и частотными свойствами сети, фазами токов источников гармоник, величинами напряжений на зажимах электрооборудования с нелинейными вольтамперными характеристиками и многими другими. Из-за непредсказуемости параметров гармоник моделировать нелинейные нагрузки можно только на основе результатов измерений. В данной статье представлен алгоритм моделирования нелинейной нагрузки на основе измеренной информации о параметрах режимов гармоник. Измеренная информация представляет собой ряды случайных величин параметров гармоник от 2 до 40 в соответствии с ГОСТом 32144-2013 [11]. Алгоритм идентифицирует функции распределения рядов случайных величин, которые не подчиняются известным законам [12, 13], а имеют сложные формы распределения, например, две вершины. Алгоритм позволяет определить величины токов гармоник с заданной вероятностью. Для идентификации функции распределения в алгоритме используется метод разделения смесей распределения [14-16]. В статье приведены примеры применения алгоритма для определения величин активного и реактивного токов 5-ой гармоники алюминиевого завода.

## ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Расчет несинусоидального режима представляет собой расчет режима сети для каждой из гармоник с номерами от 2 до 40. На практике их количество меньше и определяется в результате анализа измеренной информации о параметрах режима гармоник. Расчет режима гармоник выполняется с помощью системы уравнений узловых напряжений. Для  $n$ -ой гармоники система имеет вид [17]

$$\dot{U}_n = Z_n \dot{I}_n, \quad (1)$$

где  $n$  – номер гармоники,  $\dot{U}_n$  – матрица-столбец узловых напряжений  $n$ -ой гармоники,  $Z_n$  – квадратная матрица полных собственных и взаимных сопротивлений  $n$ -ой гармоники узлов сети,  $\dot{I}_n$  – матрица-столбец токов  $n$ -ой гармоники нелинейных нагрузок, присоединенных к узлам сети.

Каждый элемент матрицы  $\dot{I}_n$  является комплексным числом  $\dot{I}_{ni} = I_{ani} + jI_{mi}$ , где  $i$  – номер строки матрицы, соответствующий номеру узла сети,  $I_{an}$  – активный ток  $n$ -ой гармоники,  $I_{rn}$  – реактивный ток  $n$ -ой гармоники. Для решения системы (1) необходимы величины этих

\* Работа выполнена в рамках проекта государственного задания № АААА-А17-117030310438-1 программы фундаментальных исследований СО РАН на 2017–2020 гг. Статья публикуется по рекомендации программного комитета Международной научно-технической конференции "Пром-Инжиниринг" (ICIE-2018), <http://icie-rus.org>

токов. Они вычисляются в результате обработки по предложенному алгоритму рядов случайных величин токов по выражениям

$$I_{an} = I_n \cos \varphi_{nUI}, \quad (2)$$

$$I_{rn} = I_n \sin \varphi_{nUI}, \quad (3)$$

где  $I_n$  – измеренное действующее значение тока n-ой гармоники,  $\varphi_{nUI}$  – величина угла между напряжением и током n-ой гармоники. Для решения системы (1) в соответствии с [11] необходимо использовать значения токов с вероятностью 0,95.

Ниже приведено подробное описание алгоритма.

АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ОДНОГО ТОКА ГАРМОНИКИ  
Блок-диаграмма алгоритма представлена на рис. 1.

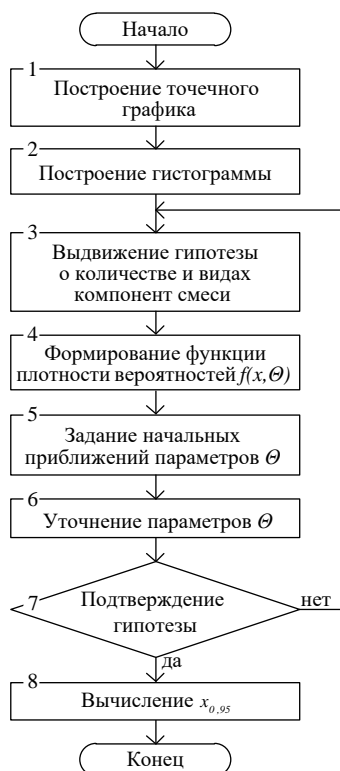


Рис. 1. Блок-диаграмма алгоритма моделирования тока нелинейной нагрузки

Пункт 1. Построение и анализ точечного графика случайных величин тока позволяет визуально определить наличие аномальных элементов (выбросов). Выбросы по величине значительно больше или меньше остальных элементов. Они могут быть заменены соседними элементами, средним значением соседних элементов или другими способами, представленными, например, в [12, 18].

Пункт 2. Построение гистограммы случайных величин тока и ее анализ позволяет оценить необходимость применения метода разделения смесей распределений для идентификации функции плотности вероятностей.

Пункт 3. Выдвижение гипотезы о количестве компонент смеси и видах их функций плотности вероятностей по форме гистограммы. В качестве функций плотности вероятностей должны предлагаться известные функции.

Пункт 4. Формирование функции плотности вероятностей в виде весовой суммы k компонент смеси [14-16],

$$f(x, \Theta) = \sum_{j=1}^k g_j \varphi_j(x, \theta_j), \quad (4)$$

где  $f(x, \Theta)$  – искомая функция плотности вероятностей;  $k \geq 1$  – натуральное число;  $\varphi_j$  – известная функция плотности вероятностей j-ой компоненты смеси;  $\Theta = (g_1, \dots, g_k, \theta_1, \dots, \theta_k)$  – вектор параметров компонент, которые необходимо определить;  $g_j$  – весовой коэффициент j-ой компоненты,  $g_j \geq 0, j=1, \dots, k; g_1 + \dots + g_k = 1;$   $\theta_j$  – вектор параметров j-ой компоненты смеси.

Пункт 5. Задание начальных приближений параметров вектора компонент смеси  $\Theta$  поясним на примере. На рис. 2 приведена гистограмма тока, которая имеет две вершины. Ее функция плотности вероятностей может быть идентифицирована с помощью метода разделения смесей распределений. Гистограмма имеет две компоненты и, возможно, их функции плотности вероятностей описываются законом распределения Гаусса [12]. Распределение Гаусса характеризуется двумя параметрами:  $\mu$  – среднее значение и  $\sigma$  – стандартное отклонение.

Вектор  $\Theta$  состоит из шести параметров, т.е.  $\Theta = (g_1, g_2, \mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2)$ . Величины  $\mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2$  определяются по гистограмме. Для определения  $g_1, g_2$  принимается, что общая площадь гистограммы, находящаяся под кривыми компонент смеси, равна 1. Величины  $g_1, g_2$  задаются равными долям площадей под кривыми компонент смеси. Для распределения Гаусса положение пиков гистограммы относительно оси абсцисс позволяет определить среднее значение для каждой из компонент. Половина ширины фигуры под кривой плотности вероятностей компоненты дает возможность определить стандартное отклонение, так как при распределении Гаусса “интервал 4 сигм” включает в себя 99,99% случайных величин [18].

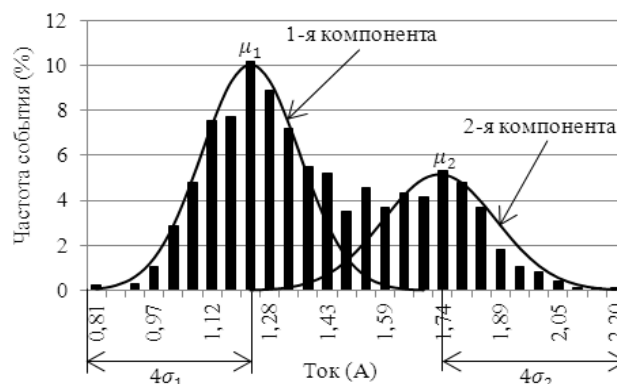


Рис. 2. Гистограмма тока

Если компоненты гистограммы имеют функции распределения, отличные от распределения Гаусса, то параметры функции плотности вероятностей вычисляются с использованием цензурированных выборок, взятых из ряда случайных величин тока [19, 20].

Пункт 6. Уточнение параметров вектора  $\Theta$  выполняется в результате решения оптимизационной задачи

$$\Theta = \arg \min_{\Theta} \sum_{s=1}^S (m_s - mp_s)^2 / (mp_s), \quad (5)$$

где  $S$  – количество интервалов гистограммы,  $m_s$  – количество случайных величин в  $s$ -ом интервале,  $m = \sum_{s=1}^S m_s$  – общее количество случайных величин,  $p_s$  – теоретическая вероятность попадания случайных величин в  $s$ -й интервал,  $\sum_{s=1}^S (m_s - mp_s)^2 / (mp_s)$  – статистика критерия согласия Пирсона.

Пункт 7. Подтверждение согласия полученной аналитической функции плотности вероятностей  $f(x, \Theta)$  с рядом случайных величин тока выполняется с помощью критерия согласия Пирсона. Если условие критерия согласия Пирсона не выполняется, то следует вернуться к пункту 3, чтобы предложить другие количество и/или виды компонент смеси распределения. Если условие выполняется, то следует перейти к пункту 8.

Пункт 8. Моделирование тока заканчивается вычисление величины тока с вероятностью 0,95 после подстановки в (4) уточненных значений параметров вектора  $\Theta$ .

#### ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМА

Пример 1. Моделирование активного тока 5-ой гармоники алюминиевого завода.

На рис. 3 приведен точечный график ряда случайных величин тока, на рис. 4 его гистограмма. Визуальный анализ точечного графика показывает, что выбросы отсутствуют. Визуальный анализ гистограммы показывает наличие двух компонент смеси распределений. Выдвигаем гипотезу, что одна компонента подчиняется усеченному распределению Гаусса, вторая – распределению Гаусса. Для двух компонент функция плотности вероятностей активного тока 5-ой гармоники имеет вид

$$f(x, \Theta) = \sum_{j=1}^2 g_j \frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{(x - \mu_j)^2}{2\sigma_j^2} \right], \quad (6)$$

где  $\Theta = (g_1, g_2, \mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2)$  – вектор параметров компонент смеси.

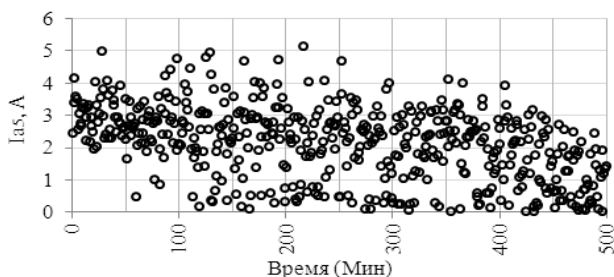


Рис. 3. Точечный график активного тока 5-ой гармоники

Начальные приближения параметров вектора  $\Theta$  определяем по гистограмме. По площадям под кривыми компонент смеси на рис. 4 принимаем, что  $g_1 = 0,2$ ,  $g_2 = 0,8$ .

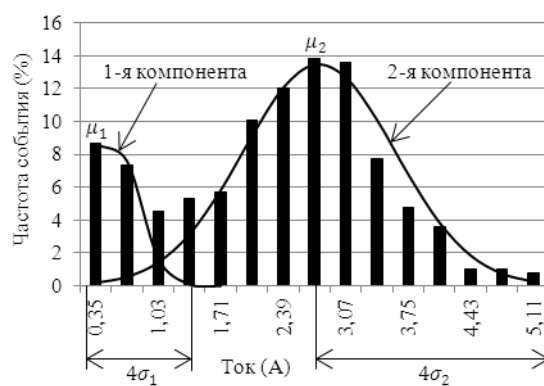


Рис. 4. Гистограмма активного тока 5-ой гармоники

По гистограмме для каждой из компонент определяем:  $\mu_1 = 0,35$  А,  $\mu_2 = 2,73$  А,  $\sigma_1 = 0,26$  А,  $\sigma_2 = 0,60$  А. Для уточнения параметров вектора  $\Theta$  решаем оптимизационную задачу (5), где  $m = 506$ ,  $S = 15$ . Уточненные значения параметров вектора  $\Theta$  равны:  $g_1 = 0,18$ ,  $g_2 = 0,82$ ,  $\mu_1 = 0,31$  А,  $\mu_2 = 2,48$  А,  $\sigma_1 = 0,29$  А,  $\sigma_2 = 0,91$  А. Функция плотности вероятностей принимает вид

$$f(x, \Theta) = 0,18 / (0,29 \sqrt{2\pi}) \exp[-(x - 0,31)^2 / 0,17] + 0,82 / (0,91 \sqrt{2\pi}) \exp[-(x - 2,48)^2 / 1,66]. \quad (7)$$

Проверяем соответствие полученной функции плотности вероятностей (7) форме гистограммы по критерию согласия Пирсона [12]. Вычисляем экспериментальное значение статистики согласия Пирсона:  $\chi_{\text{эк}}^2 = 14,43$ . С вероятностью 0,95 и числом степеней свободы 8 определяем критическое значение  $\chi_{\text{кр}}^2 = 15,51$ . Сопоставление двух статистик показывает, что  $\chi_{\text{эк}}^2 = 14,43$  меньше  $\chi_{\text{кр}}^2 = 15,51$ . Отсюда следует вывод, что с вероятностью 0,95 функция плотности вероятностей (7) согласуется с распределением ряда случайных величин активного тока 5-ой гармоники. Гистограмма тока и график функции плотности вероятностей (7) приведены на рис. 5. Величина тока, вычисленная по функции распределения, полученной на основе (7), с вероятностью 0,95 не превысит 3,80 А.



Рис. 5. Экспериментальное и теоретическое распределения активного тока 5-ой гармоники

Пример 2. Моделирование реактивного тока 5-ой гармоники алюминийного завода.

На рис. 6 приведен точечный график ряда случайных величин реактивного тока 5-ой гармоники, на рис. 7 его гистограмма. Визуальный анализ рисунков показывает, что выбросы отсутствуют и гистограмма имеет две компоненты. Вероятно, что одна компонента имеет распределение Вейбулла, вторая распределение Гаусса.

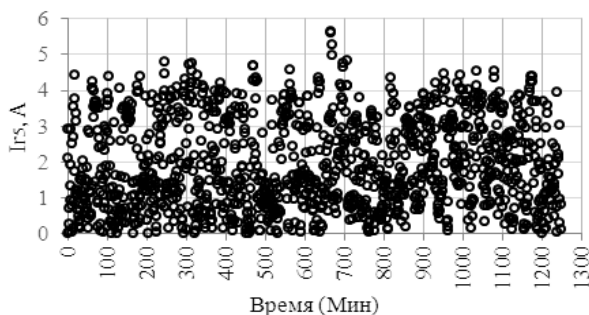


Рис. 6. Точечный график реактивного тока 5-ой гармоники

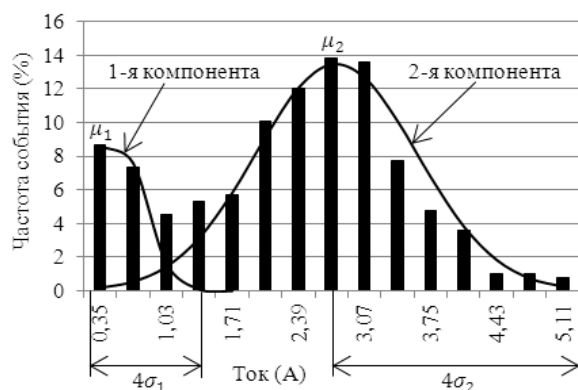


Рис. 7. Гистограмма реактивного тока 5-ой гармоники

Функция плотности вероятностей имеет вид

$$f(x, \Theta) = g_1 \frac{\beta}{\alpha^\beta} x^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\beta\right] + g_2 \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (8)$$

где  $\Theta = (g_1, g_2, \alpha, \beta, \mu, \sigma)$  – вектор параметров компонент смеси. По площадям под кривыми компонент смеси на рис. 7 определяем их весовые коэффициенты:  $g_1 = 0,75$ ,  $g_2 = 0,25$ . По цензурированным данным для первой компоненты определяем:  $\alpha = 1,69$ ,  $\beta = 1,57$ . По гистограмме для второй компоненты определяем:  $\mu = 3,60$ ,  $\sigma = 0,51$ . Для реактивного тока 5-ой гармоники количество измеренных величин  $m = 1249$ , количество интервалов  $S = 20$ . После решения оптимизационной задачи (5) уточненные оценки параметров вектора  $\Theta$  равны:  $g_1 = 0,76$ ,  $g_2 = 0,24$ ,  $\alpha = 1,44$ ,  $\beta = 1,62$ ,  $\mu = 3,51$ ,  $\sigma = 0,52$ . Функция плотности вероятностей реактивного тока 5-ой гармоники принимает вид

$$f(x, \Theta) = 0,76(1,62/1,44^{1,62})x^{1,62-1} \exp[-(x/1,44)^{1,62}] + 0,24/(0,52\sqrt{2\pi}) \exp[-(x-3,51)^2/0,54] \quad (9)$$

Проверяем соответствие с вероятностью 0,95 функции (9) форме гистограммы с помощью критерия согласия Пирсона. Экспериментальное значение статистики согласия Пирсона равно  $\chi_{эк}^2 = 10,05$ . С вероятностью 0,95 и числом степеней свободы 13 критическое значение статистики равно  $\chi_{кр}^2 = 22,36$ . Поскольку  $\chi_{эк}^2 = 10,05$  меньше  $\chi_{кр}^2 = 22,36$ , то с вероятностью 0,95 функция плотности вероятностей (9) согласуется с распределением случайных величин тока. Гистограмма тока и график функции плотности вероятностей (9) приведены на рис. 8. Величина реактивного тока 5-ой гармоники с вероятностью 0,95 не превысит 4,09 А.



Рис. 8. Экспериментальное и теоретическое распределения реактивного тока 5-ой гармоники

#### Выводы

Предложен алгоритм моделирования токов гармоник нелинейных нагрузок, учитывающий стохастические свойства параметров гармоник несинусоидальных режимов. В качестве исходной информации используются измеренные параметры режима гармоник в виде рядов случайных величин, распределения которых не подчиняются известным законам распределения. Алгоритм позволяет определять величины токов с заданной вероятностью.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Харлов Н.Н. Итоги обследования режимов распределительных электрических сетей Сибири и юга России / Н.Н. Харлов, В.С. Боровиков // Энергетика России в XXI веке. Инновационное развитие и управление: Сб. статей всероссийской конференции (Иркутск, Россия, 1-3 сентября 2015 г.). – Иркутск, 2015. – С. 183-188.
2. Силаев М.А. Влияние режимов работы энергосистем на несинусоидальность и несимметрию напряжений в магистральных электрических сетях / М.А. Силаев, В.Н. Тульский, Р.Г. Шамонов // Энергетика России в XXI веке. Инновационное развитие и управление: Сб. статей всероссийской конференции (Иркутск, Россия, 1-3 сентября 2015 г.). – Иркутск, 2015. – С. 189-194.
3. Романова В.В. Исследование несимметрии напряжений в узлах присоединения тяговых подстанций к питающим



шей сети на участках Забайкальской железной дороги / В.В. Романова, С.В. Хромов // Энергетика России в XXI веке. Инновационное развитие и управление: Сб. статей всероссийской конференции (Иркутск, Россия, 1-3 сентября 2015 г.). – Иркутск, 2015. – С. 195-202.

4. IEEE Power Engineering Society. Tutorial on harmonics modeling and simulation. – 1998.

5. Probabilistic aspects task force of the harmonics working group subcommittee of the transmission and distribution committee, Time-varying harmonics: part I – characterizing measured data / Y. Baghzouz, R.F. Burch, A. Capasso et al. // IEEE Transactions on Power Delivery. – 1998. – vol. 13, no. 3. – P. 938-944. DOI: 10.1109/61.686996

6. Mansur A. An investigation of harmonics attenuation and diversity among distributed single-phase electronic loads / A. Mansur, W.M. Grady, A.H. Chowdhury, M.J. Samotyj // IEEE Transactions on Power Delivery. – 1995. – vol. 10, no.1. – P. 467-473. DOI: 10.1109/61.368365

7. Luis Sainz. Characterization of non-linear load behavior / Luis Sainz, Juan Jose Mesas, Albert Ferrer // Electric Power systems Research. – 2008. – vol. 78, no.10. – P. 1773-1783. DOI: 10.1016/j.epsr.2008.03.004

8. Molina J. Model of Electronic Ballast Compact Fluorescent Lamps / J. Molina, L. Sainz // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2014. – vol. 29, no.3. – P. 1363-1371. DOI: 10.1109/TPWRD.2013.2284095

9. Mau Teng Au. Development of stochastic aggregate harmonic load model based on field measurements / Mau Teng Au, Jovica V. Milanovic // IEEE Transactions on Power Delivery. – 2007. – vol. 22, no.1. – P. 323-330. DOI: 10.1109/TPWRD.2006.881455

10. Коверникова Л.И. Некоторые свойства параметров режимов гармоник в сети с распределенными нелинейными нагрузками // Управление качеством электрической энергии: Сборник трудов Международной научно-практи-

ческой конференции (Москва, 26-28 ноября 2014 г.). – Москва, 2014. – С. 101-108.

11. ГОСТ 32144–2013. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. – М.: Стандартинформ, 2014.

12. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. – 2-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 816 с.

13. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям. – СПб.: Наука, 2001. – 295 с.

14. Королев В.Ю. EM-алгоритм, его модификации и их применение к задаче разделения смесей вероятностных распределений: Теоретический обзор. – М.: Изд-во ИПИ РАН, 2007. – 94 с.

15. Прикладная статистика: Классификации и снижение размерности: справ. изд. / С.А. Айвазян, В.М. Бухштабер, И.С. Енюков, Л.Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.

16. Воронцов К.В. Лекции по статистическим (байесовским) алгоритмам классификации. – Москва: ВЦ РАН, 2008.

17. Аррилага Дж. Гармоники в электрических системах. / Дж. Аррилага, Д. Брэдли, П. Боджер; Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.

18. Закс Л. Статистическое оценивание. – М.: Статистика, 1976. – 598 с.

19. Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход: монография. / Б.Ю. Лемешко, С.Б. Лемешко, С.Н. Постовалов, Е.В. Чимитова. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2011. – 888 с.

20. Куллдорф Г. Введение в теорию оценивания по группированным и частично группированным выборкам. / – М.: Наука, 1966. – 176 с.

DOI: 10.24892/RIJEE/20180202

## Modeling Non-Linear Load Currents by Mixture Distribution Separation

Kovernikova L.I.

Melentiev Energy Systems Institute SB RAS,  
Irkutsk National Research Technical University  
Irkutsk, Russian Federation  
[kovernikova@isem.irk.ru](mailto:kovernikova@isem.irk.ru)

Luong Van Chung, Fedchishin V.V.

Irkutsk National Research Technical University  
Irkutsk, Russian Federation  
[chunglv@mail.ru](mailto:chunglv@mail.ru), [fedchishin@istu.edu](mailto:fedchishin@istu.edu)

**Abstract.** The paper presents an algorithm for modeling the harmonic currents of non-linear loads. Non-linear load models are needed to plan the non-sinusoidal states in power networks to control the power quality. The measured non-sinusoidal state harmonic parameters are the source data for modeling. Analysis of these data shows that the harmonic parameters are stochastic. The non-linear load model is a set of values of active and reactive harmonic currents with a given probability. These are calculated after identifying the functions that govern the distribution of series of random harmonic current values. The algorithm identifies such distribution functions that are not described by the known laws and are essentially mixture well-known distributions. The algorithm uses a method of mixture distribution separation.

The paper gives examples of the algorithm being used to identify the distribution function to and calculate an active/reactive 5-th harmonic currents of an aluminum plant.

**Keywords:** power quality, measurements, harmonic parameter analysis, stochastic process, non-linear load modeling.

### REFERENCES

1. Kharlov N.N., Borovikov V.S. Results of the survey of the modes of distribution electric networks of Siberia and southern Russia [Itogi obsledovaniya rezhimov raspredelitel'nykh elektricheskikh setey Sibiri i yuga Rossii], *Sb. statey*

vserossiyskoy konferentsii "Energetika Rossii v XXI veke. Innovatsionnoe razvitie i upravlenie" [Collection of articles of the All-Russian Conference "Energy of Russia in the XXI century. Innovative development and management"], Irkutsk, 2015, pp. 183-188. (in Russ.)

2. Silaev M.A., Tulsy V.N., Shamonov R.G. Influence of operating modes of power systems on non-sinusoidal and voltage asymmetry in main electric networks [Vliyanie rezhimov raboty energosistem na nesinusoidal'nost' i nesimmetriyu napryazheniy v magistral'nykh elektricheskikh setyakh], *Sb. statey vserossiyskoy konferentsii "Energetika Rossii v XXI veke. Innovatsionnoe razvitie i upravlenie" [Collection of articles of the All-Russian Conference "Energy of Russia in the XXI century. Innovative development and management"]*, Irkutsk, 2015, pp. 189-194. (in Russ.)

3. Romanov V.V., Khromov S.V. Investigation of stress asymmetry in the nodes of connection of traction substations to the supply network in the sections of the Trans-Baikal Railway [Issledovanie nesimmetrii napryazheniy v uzлах prisoedineniya tyagovykh podstantsiy k pitayushchey seti na uchastkakh Zabaykal'skoy zheleznoy dorogi], *Sb. statey vserossiyskoy konferentsii "Energetika Rossii v XXI veke. Innovatsionnoe razvitie i upravlenie" [Collection of articles of the All-Russian Conference "Energy of Russia in the XXI century. Innovative development and management"]*, Irkutsk, 2015, pp. 195-202. (in Russ.)

4. IEEE Power Engineering Society. Tutorial on harmonics modeling and simulation, 1998.

5. Baghzouz Y., Burch R.F., Capasso A. et al. Probabilistic aspects task force of the harmonics working group subcommittee of the transmission and distribution committee, Time-varying harmonics: part I – characterizing measured data, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1998, vol.13, no.3, pp. 938-944. DOI: 10.1109/61.686996

6. Mansur A., Grady W.M., Chowdhury A.H., Samotyj M.J. An investigation of harmonics attenuation and diversity among distributed single-phase electronic loads, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1995, vol.10, no.1, pp. 467-473. DOI: 10.1109/61.368365

7. Luis Sainz, Juan Jose Mesas, Albert Ferrer. Characterization of non-linear load behavior, *Electric Power systems Research*, 2008, vol.78, no.10, pp. 1773-1783. DOI: 10.1016/j.epsr.2008.03.004

8. Molina J., Sainz L. Model of Electronic Ballast Compact Fluorescent Lamps, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2014, vol.29, no.3, pp. 1363-1371. DOI: 10.1109/TPWRD.2013.2284095

9. Mau Teng Au, Milanovic Jovica V. Development of stochastic aggregate harmonic load model based on field measurements, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2007, vol.22, no.1, pp. 323-330. DOI: 10.1109/TPWRD.2006.881455

10. Kovernikova L.I. Some properties of harmonic mode parameters in a network with distributed non-linear loads

[Nekotorye svoystva parametrov rezhimov garmonik v seti s raspredelennymi nelineynymi nagruzkami], *Sbornik trudov Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii "Upravlenie kachestvom elektricheskoy energii" [Collection of Works of the International Scientific and Practical Conference "Electrical Energy Quality Management"]*, Moscow, 2014, pp. 101-108. (in Russ.)

11. GOST 32144–2013. *Elektricheskaya energiya. Sovmestimost' tekhnicheskikh sredstv elektromagnitnaya. Normy kachestva elektricheskoy energii v sistemakh elektrosnabzheniya obshchego naznacheniya* [Electric Energy. The compatibility of technical equipment is electromagnetic. Quality standards for electrical energy in general-purpose power supply systems], Moscow, Standardinform, 2014. (in Russ.)

12. Kobzar A.I. *Prikladnaya matematicheskaya statistika. Dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov. – 2-e izd., ispr.* [Applied mathematical statistics. For engineers and scientists], Moscow, FIZMATLIT, 2012, 816 p. (in Russ.)

13. Vadzinsky R.N. *Spravochnik po veroyatnostnym raspredeleniyam* [Handbook of probability distributions], Saint Petersburg, Science, 2001, 295 p. (in Russ.)

14. Korolev V.Yu. *EM-algoritm, ego modifikatsii i ikh primenenie k zadache razdeleniya smesey veroyatnostnykh raspredeleniy: Teoreticheskii obzor* [EM algorithm, its modifications and their application to the problem of separating mixtures of probability distributions: a theoretical review], Moscow, Publishing house of the IPI RAS, 2007, 94 p. (in Russ.)

15. Ayvazyan S.A., Buch Staber V.M., Yenyukov I.S., Meshalkin L.D. *Prikladnaya statistika: Klassifikatsii i snizhenie razmernosti: sprav. izd.* [Applied statistics: Classification and reduction of dimension], Moscow, Finance and Statistics, 1989, 607 p. (in Russ.)

16. Vorontsov K.V. *Lektsii po statisticheskim (bayesovskim) algoritmam klassifikatsii* [Lectures on statistical (Bayesian) classification algorithms], Moscow, EC of RAS, 2008.

17. Arrilag J. Bradley D., Bodger P. *Garmoniki v elektricheskikh sistemakh* [Harmonics in electrical systems], Moscow, Energoatomizdat, 1990, 320 p. (in Russ.)

18. Zaks L. *Statisticheskoe otsenivanie* [Statistical Evaluation], Moscow, Statistics, 1976, 598 p. (in Russ.)

19. Lemeshko B.Yu., Le Bagco S.B., Postovalov S.N., Chimitova E.V. *Statisticheskii analiz dannykh, modelirovanie i issledovanie veroyatnostnykh zakonomernostey. Komp'yuternyy podkhod: monografiya* [Statistical data analysis, modeling and investigation of probabilistic patterns. Computer approach: monograph], Novosibirsk, Publishing house of NSTU, 2011, 888 p. (in Russ.)

20. G. Kulldorf. *Vvedenie v teoriyu otsenivaniya po gruppirovannym i chastichno gruppirovannym vyborkam* [Introduction to the theory of estimation using grouped and partially grouped samples], Moscow, Science, 1966, 176 p. (in Russ.)

#### Библиографическое описание статьи

Коверникова Л.И. Моделирование токов нелинейных нагрузок методом разделения смесей распределений / Л.И. Коверникова, Льюнг Ван Чынг, В.В. Федчишин // Электротехника: сетевой электронный научный журнал. – 2018. – Т.5, №2. – С. 10-15. DOI: 10.24892/RIJEE/20180202

#### Reference to article

Kovernikova L.I., Luong Van Chung, Fedchishin V.V. Modeling non-linear load currents by mixture distribution separation, *Russian Internet Journal of Electrical Engineering*, 2018, vol.5, no.2, pp. 10-15. DOI: 10.24892/RIJEE/20180202